

**ЧАСТНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**

---

Кафедра Естественных дисциплин

**Фонд оценочных средств для проведения промежуточной  
аттестации обучающихся**

по дисциплине (модулю)  
**«Математика»**

Направление подготовки  
**39.03.02**  
**Социальная работа**

Профиль подготовки  
**«Социальное обслуживание и стандартизация социальных услуг»**

Квалификация (степень) выпускника  
**Бакалавр**

Форма обучения  
**Заочная**

**Дербент 2016**

**Автор /составитель ФОС по дисциплине (модулю):**

Асланов М.Г. к.п.н, доцент кафедры ЕНД.

Фонд оценочных средств по дисциплине «**Математика**»  
утвержден на заседании кафедры Естественных дисциплин

Протокол заседания № 02 от «05» сентября 2016 г.

Зав. кафедрой  Раджабалиев Г.П.

## АННОТАЦИЯ

*Фонд оценочных средств составлен на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 39.03.02 – Социальная работа. ФОС предназначен для контроля знаний студентов, обучающихся по профилю подготовки: «Социальное обслуживание и стандартизация социальных услуг».*

*ФОС по учебной дисциплине предназначен для промежуточной аттестации обучающихся.*

*ФОС по учебной дисциплине состоит из:*

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

***С фондом оценочных средств можно ознакомиться на сайте ЧОО ВО «Социально-педагогический институт» [www.spi-vuz.ru](http://www.spi-vuz.ru)***

# 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

**ОПК-3:** способностью использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных дисциплин, в том числе медицины, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

№	Разделы (темы) дисциплины	Контролируемые компетенции	Оценочные средства
1	Множество - основное понятие курса математики.	ОПК-3	Устный опрос Реферат Контрольная работа
2	Математические утверждения и их структура.	ОПК-3	
3	Бинарные отношения и их свойства.	ОПК-3	
4	Отношения эквивалентности и разбиение множества на классы - основной подход к построению множества целых неотрицательных чисел.	ОПК-3	
5	Аксиоматическое построение множества натуральных чисел.	ОПК-3	
6	Теория чисел - основа вычислительных действий.	ОПК-3	

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

№	Аббревиатура компетенции	Поведенческий индикатор	Оценочные средства
1	ОПК-3	<p><b>Уровень знаний</b></p> <p>- основы аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных и интегральных исчислений</p> <p><b>Уровень умений</b></p> <p>-использовать математические модели явлений и процессов в социальной работе</p> <p><b>Уровень навыков</b></p> <p>-математическими методами исследования в социальной работе</p>	<p>Устный опрос</p> <p>Реферат</p> <p>Контрольная работа</p>

### Описание шкалы оценивания

№	Оценка	Требования к знаниям
1	«отлично»	(«компетенции освоены полностью»)
2	«хорошо»	(«компетенции в основном освоены»)
3	«удовлетворительно»	(«компетенции освоены частично»)
4	«неудовлетворительно»	(«компетенции не освоены»)

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

### **Вопросы к устному опросу**

1. Уравнения прямой и плоскости.
2. Векторы и линейные операции над ними.
3. Условия коллинеарности, ортогональности и компланарности векторов.
4. Кривые второго порядка: окружность.
5. Кривые второго порядка: эллипс.
6. Кривые второго порядка: парабола.
7. Кривые второго порядка: гипербола.
8. Поверхности второго порядка.
9. Матрицы и действия над ними.
10. Определители квадратных матриц.
11. Теорема Лапласа.
12. Свойства определителей.
13. Обратная матрица.
14. Ранг матрицы.
15. Система линейных уравнений. Матричная форма записи системы.
16. Теорема Кронекера-Капелли.
17. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
18. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы.
19. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
20. Понятие линейного оператора.
21. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
22. Комплексные числа, действия с ними.

23. Изображение комплексных чисел на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа.
24. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа.
25. Формула Эйлера. Показательная форма записи комплексного числа.
26. Корни из комплексных чисел.
27. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
28. Предел числовой последовательности.
29. Предел функции в точке. Предел функции в бесконечности.
30. Бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых.
31. Бесконечно большие величины.
32. Основные теоремы о пределах. Признаки существования предела.
33. Первый и второй замечательные пределы.
34. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.
35. Техника нахождения пределов.
36. Производная функции, ее смысл в прикладных задачах.
37. Правила нахождения производной и дифференциала.
38. Производная сложной и обратной функции.
39. Производные основных элементарных функций.
40. Производные высших порядков.
41. Точки экстремума функции. Теорема Ферма.
42. Правило Лопиталя. Его применение к раскрытию неопределенностей.
43. Необходимое условие экстремума.
44. Достаточные условия экстремума.
45. Исследование функции на экстремум.
46. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
47. Выпуклость функции. Точки перегиба.
48. Исследование функции на выпуклость и точки перегиба.

49. Асимптоты графика функции. Исследование функции на наличие асимптот.
50. Общая схема исследования функций и построение графиков.
51. Дифференциал функции. Понятие о дифференциалах высших порядков. Система линейных уравнений
52. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
53. Основные методы интегрирования: подстановкой и по частям.
54. Интегрирование тригонометрических функций.
55. Интегрирование рациональных дробей.
56. Определенный интеграл. Площадь криволинейной трапеции.
57. Формула Ньютона-Лейбница.
58. Вычисление площади плоской фигуры.
59. Вычисление объема тел вращения.
60. Несобственные интегралы.
61. Приближенное вычисление определенных интегралов.
62. Частные производные.
63. Производная по направлению.
64. Градиент скалярного поля.
65. Экстремум функции двух переменных.
66. Наибольшее и наименьшее значение функции.
67. Обыкновенные дифференциальные уравнения, их порядок, общее и частное решение.
68. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
69. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
70. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
71. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение однородного уравнения.



72. Решение неоднородного линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
73. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Остаток ряда.
74. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.

### **Примерные темы рефератов**

1. Корреляционный анализ.
2. Регрессионный анализ.
3. Дисперсионный анализ.
4. Метод наименьших квадратов и свойства получаемых оценок.
5. Методы вычисления вероятностей. Схема Бернулли.
6. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
7. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
8. Нормальное распределение, его свойства.
9. Теоремы Бернулли и Чебышева.
10. Основы статистического описания. Гистограмма и полигон частот.
11. Точечные оценки. Свойства несмещенности, состоятельности и эффективности. Отыскание оценок методом моментов.
12. Интервальные оценки. Доверительные интервалы и области.
13. Статистическая проверка гипотез. Общее понятие о статистической проверке гипотез.
14. Степенные ряды. Радиус сходимости.
15. Ряды Маклорена и Тейлора.
16. Разложение в ряд Маклорена функций  $\exp(x)$ ,  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^a$ .
17. Понятие случайного события. Классическое и геометрическое определение вероятности.
18. Сравнение рядов с положительными членами. Признак Даламбера.

19. Интегральный признак сходимости ряда.  
20. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

### Образец контрольной работы № 1.

1. Даны вершины треугольника  $A(6;2)$ ,  $B(6;3)$ ,  $C(7;1)$ . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной из вершины  $A$ .

2. Вычислить матрицу  $3A - 2B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot A = B,$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

а) с помощью правила треугольника;

б) разложением по элементам строки или столбца.

5. Исследовать на совместность и решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 - 1 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - 3 = 0 \\ x_1 = 2 + x_3 \end{cases}.$$

## Образец контрольной работы № 2.

1. а) Найти собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix};$$

б) Изобразить эти значения на комплексной плоскости.

2. Выполнить указанные действия: а)  $(2 - 6i) \cdot (9 + i)$ ;

б)  $\sqrt[3]{i}$ .

3. Вычислить пределы:

а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 7n^2 + 3n - 4}{3n^3 - 12n}$ ,

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$ ,

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + 4x^2}{2x}$ ,

г)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x + 8 + \ln x}{x^3 - 2x}$ .

4. Найти производные функций:

а)  $y = \frac{\sin 3x}{x+1}$ ,

б)  $y = x \cdot \log_2^3(\operatorname{tg} 3x)$ .

5. Найти асимптоты графика функции

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 3}.$$

6. Найти точки перегиба, промежутки выпуклости и вогнутости графика функции

$$f(x) = \frac{2x^2}{1 + x^2}.$$

## Образец контрольной работы № 3.

1. Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int (4x^2 + 3x + 11) dx$ ,

б)  $\int \frac{2x+7}{x^2+7x+1} dx$ ,

в)  $\int x \cdot \cos x dx$ ,

г)  $\int \frac{3x+1}{x(x-1)} dx$ .

2. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{a) } \int_0^{3\pi/2} \cos \frac{x}{3} dx,$$

$$\text{б) } \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$$

3. Найти частные производные функции

$$\text{a) } z = y \cdot \ln(x^2 - y^2).$$

5. Показать, что функция  $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  удовлетворяет

уравнению:

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2z}{x+y}.$$

### Образец контрольной работы № 4.

1. Найти градиент функции

$$z = x^2 + 2x + y^2 - 3$$

в точке  $M_0(-1;2)$ .

2. Найти дивергенцию векторного поля

$$\vec{F} = (x^2 y^3; 1; -3z)$$

в точке  $A(1;-1;2)$ .

3. Найти экстремумы функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y.$$

4. Найти условные экстремумы функции

$$z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \quad \text{если } x + y = 6.$$

### Образец контрольной работы № 5.

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $\frac{yy'}{x} + e^y = 0, \quad y(1) = 0, \quad \text{б) } xy' - yx^2 \cos x = 0.$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' - y' - 2y = 0,$

которое удовлетворяет начальным условиям:

$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 10.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения:

а)  $y'' + 4y' + 4y = e^{2x},$  б)

$$y'' + 4y' - 5y = 3x^2 - 1,$$

в)  $5y'' + 2y' + 2y = 4x^2 + 8,$  г)

$$5y'' + 2y' + 2y = x \cdot \cos 2x.$$

### Образец контрольной работы № 6

1. Исследовать сходимость рядов:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 - 7n + 16},$  б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!},$  в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 7}.$

3. Найти радиус сходимости и область сходимости степенного ряда:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n (n+2)},$  б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2}.$

### Образец контрольной работы № 7

1. Вычислить:  $C_5^3, \quad A_5^3, \quad P_5.$

2. На катке каталось 8 девушек и 3 юноши. Через час 4 человека ушли с катка. Найти вероятность того, что с катка ушли 2 девушки и 2 юноши.

3. Экзаменационный билет содержит 3 вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый и второй вопросы, одинаковые и равны 0,8, а на третий - равна 0,7. Найти

вероятность того, что студент ответит не менее чем на два вопроса.

4. Баскетболист забрасывает мяч в корзину с вероятностью 0,4 при одном броске. Найти вероятность того, что мяч попадёт в корзину 2 или 3 раза, если будет выполнено 5 бросков.

5. Вероятность того, что Василий сдаст экзамен, равна  $p_1=0.6$ , а вероятность того, что Пётр не сдаст экзамен, равна  $p_2=0.7$ . Найти вероятность того, что оба мальчика не сдадут экзамен.

### Образец контрольной работы № 8

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	-5	2	3	4
$P$	0,4	0,3	$a$	0,2

Найти: а) число  $a$ ,

б) математическое ожидание  $M[X]$ ,

в) дисперсию  $D[X]$ ,

г) среднеквадратичное отклонение  $\sigma[X]$ .

2. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины задана формулой:

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-2), & x \in [2,3] \\ 0, & x \notin [2,3]. \end{cases}$$

Найти: а) математическое ожидание  $M[X]$ ,

б) дисперсию  $D[X]$ ,

в) вероятность  $P(2,5 < X < 4)$ .

3. Случайная величина  $X$  распределена нормально, причем  $M(X)=1$  и  $D(X)=9$ .

Найти вероятность того, что в результате трех независимых испытаний два раза  $X$  попадет в интервал  $(1;4)$ . Написать формулу для плотности величины  $X$ .

4. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ :

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-x^2-y^2} & (x > 0, \quad y > 0), \\ 0 & (x < 0 \text{ или } y < 0). \end{cases}$$

Найти: а) математические ожидания;  
 б) дисперсии составляющих случайных величин  $X$  и  $Y$ .

### Образец контрольной работы № 9

Дана выборка объемом  $n = 30$ :

6,28	6,31	6,23	6,35	6,32	6,36	6,33	6,31	6,26	6,21
6,31	6,38	6,34	6,25	6,28	6,39	6,27	6,32	6,29	6,30
6,24	6,32	6,26	6,35	6,32	6,31	6,29	6,28	6,33	6,36.

1. Найти статистический ряд и построить полигон частот.
2. Составить интервальный статистический ряд, взяв 7-10 интервалов, и построить гистограмму частот.
3. Найти: оценки математического ожидания  $\bar{x}$ , выборочную дисперсию  $D_0$ , исправленную выборочную дисперсию  $s^2$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_0$ , исправленное среднее квадратическое отклонение  $s$ .
4. С доверительной вероятностью  $\gamma = 0,99$  найти доверительный интервал:
  - а) для математического ожидания  $M(X)$  в случае известной дисперсии, предполагая  $D(X) = s^2$ ,
  - б) для математического ожидания  $M(X)$  в случае неизвестной дисперсии.
5. По выборке объема  $n = 9$ , извлеченной из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 4$ , найдена выборочная средняя  $\bar{x} = 16,5$ . При

уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = 15$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : M(X) > 15$ .

### Образец контрольной работы № 10

1. По двум выборкам, объемы которых  $n=10$  и  $m=8$ , извлеченных из нормальных генеральных совокупностей, найдены выборочные средние ( $\bar{x}=142,3$  и  $\bar{y}=145,3$ ) и исправленные дисперсии ( $S_x^2 = 2,7$  и  $S_y^2 = 3,2$ ). При уровне значимости  $\alpha = 0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ , предварительно проверив равенство дисперсий:  $D(X) = D(Y)$ .

2. Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,01 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности  $X$  по выборке объема  $n = 150$ , извлеченной из этой совокупности:

$a_i \div a_i$	$1 \div 3$	$3 \div 5$	$5 \div 7$	$7 \div 9$	$9 \div 1$	$11 \div 1$	$13 \div 1$	$15 \div 1$	$17 \div 1$
$m_i$	6	10	19	38	28	14	12	7	6

3. По выборке объема  $n = 50$ , извлеченной из двумерной нормальной совокупности  $(X; Y)$ , составлена корреляционная таблица

$Y$	$X$					$n_y$
	15	16	18	19	21	
12	2	7				9
20	1	5	12	2	3	23
28			6	10	2	18
$n_x$	3	12	18	12	5	$n = 50$

а) найти выборочный коэффициент корреляции;



б) при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить нулевую гипотезу  $H_0 : \tau_{\Gamma} = 0$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : \tau_{\Gamma} \neq 0$ .

4. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$  по данным, приведенным в корреляционной таблице:

Y	X					$n_y$
	-2	-1	0	1	2	
-2	4	6				10
-1		8	10			18
0			32	3	9	44
1			4	12	6	22
2				1	5	6
$n_x$	4	14	46	16	20	$n = 100$

### Примерные задания для лабораторных работ

#### Аналитическая геометрия

1. Составить уравнение линии, каждая точка которой отстоит от точки  $A(4;0)$  вдвое ближе, чем от прямой  $x = 1$ . Сделать схематический рисунок. Назвать и построить линию.
2. Даны вершины треугольника  $A(4;-1)$ ,  $B(-4;5)$ ,  $C(-3;0)$ . Найти: а) длину стороны  $AB$ ; б) уравнение стороны  $AB$ ; в) уравнение высоты  $CD$ ; г) длину высоты  $CD$ ; д) уравнение прямой  $L // CD$  и проходящей через вершину  $B$ ; е) величину угла  $\angle BAC$ . Сделать точный чертёж.
3. На правой ветви гиперболы  $x^2/49 - y^2/16 = 1$  найти точку, расстояние которой от асимптоты с отрицательным угловым коэффициентом было бы в 3 раза больше, чем расстояние её от асимптоты с положительным угловым коэффициентом. Построить гиперболу, её фокусы и асимптоты, найденную точку.
4. Даны точки  $A(-2;1;0)$ ,  $B(2;2;5)$ ,  $C(3;1;2)$ . Найти: а) угол между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ; б) уравнение плоскости  $P$ , проходящей через точку  $A$

перпендикулярно вектору  $\overline{AB}$ ; в) расстояние от точки  $C$  до плоскости  $P$ ; г) уравнения прямой  $L$ , проходящей через точки  $B$  и  $C$ ; д) точку пересечения прямой  $L$  с плоскостью  $P$ . Сделать схематический рисунок.

## Исследование функций

1. Найти предел по правилу Лопиталья.
2. Составить уравнение касательной и уравнение нормали к графику функции, заданной параметрически, в точке  $(x_0; y_0)$ , соответствующей заданному значению параметра  $t = t_0$ .
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке.
4. Выполнить полное исследование функции и построить её график по результатам исследования.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}. \quad 2. \begin{cases} x = 2 \ln(\operatorname{ctg} t) + 1, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t; t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases} \quad 3.$$

$$y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2; x \in [-3; 3]. \quad 4. y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}.$$

## Теория вероятностей и математическая статистика

1. В торговую фирму поступили телевизоры от 3-х поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступающие от 1-го, 2-го и 3-го поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98%, 88% и 92% случаев. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Какова вероятность того, что телевизор поступил от 3-го поставщика?
2. Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  задан таблично:

$X$	30	40	50	60	70
$p$	0,5	0,1	0,2	0,1	0,1

Построить функцию распределения данной дискретной случайной величины. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

3. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{и} \text{д} \text{е} & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{49} & \text{и} \text{д} \text{е} & 0 < x \leq 7, \\ 1 & \text{и} \text{д} \text{е} & x > 7. \end{cases}$$

Требуется: а) найти плотность распределения  $f(x)$ ; б) вычислить математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ ; в) построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

4. Для изучения ежедневной выручки  $X$  (тыс. руб.) водителей маршрутных такси было обследовано  $n = 10$  маршрутов. Полученные значения  $X$  приведены в таблице.

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X$	12,5	13,2	12,0	14,3	13,9	15,5	14,9	14,1	15,0	13,3

Требуется определить: 1) выборочное среднее  $\bar{x}_A$ ; 2) «исправленное» стандартное отклонение  $S(x)$ ; 3) коэффициент вариации  $V(x)$  изучаемого признака; 4) полагая, что изменчивость признака  $X$  описывается законом нормального распределения, найти доверительный интервал для ожидаемой средней выручки  $a$  одного водителя на уровне надёжности  $\gamma = 0,99$ .

5. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской обуви проведено выборочное обследование определённых групп детского населения и получено распределение количества детей по величине длины стопы  $X$ , приведённое в таблице.

Длина стопы $X$ (мм)	170-175	175-180	180-185	185-190	190-195	195-200	Итого
Количество детей	24	46	53	33	42	22	220

Требуется: а) построить гистограмму относительных частот для наблюдаемых значений признака  $X$ ; б) определить выборочное среднее  $\bar{x}_B$ ; в) определить стандартное отклонение  $\sigma_B$ ; г) определить коэффициент вариации  $V(x)$ .

Полагая, что изменчивость величины признака  $X$  в пределах рассматриваемой группы детей описывается законом нормального распределения, найти:

а) доверительный интервал для ожидаемого среднего значения  $a$  длины стопы у детей рассматриваемой группы на уровне надёжности  $\gamma = 0,9544$ ;

б) вероятность  $P$  того, что величина признака  $X$  у выбранного наугад ребёнка такого возраста окажется в пределах от  $\alpha = 180$  мм до  $\beta = 190$  мм.

**Пределы и непрерывность функций.** Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 + 2x - 15}. \quad 2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 3x}. \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{4x+5}. \quad 4.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\operatorname{tg} 4x}. \quad 5. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x).$$

6. Найти точку разрыва функции по односторонним пределам, если  $\delta = 2^{\frac{1}{\delta-1}}$ .

**Производные функций.** Найти производные:

$$1. y = \frac{1}{x^4} - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + x\sqrt{x}; \quad 2. y = \frac{x^2 - 5x - 1}{x^3}; \quad 3.$$

$$y = e^{-x} \ln(\sin x) - \frac{1}{x}; \quad 4. y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}};$$

$$5. y = \ln^2 x + \sin^2 x; \quad 6. y = \arcsin \sqrt{1 - 4x}; \quad 7.$$

$$x \cdot e^y + y \cdot e^x = 2.$$

**Методы интегрирования.** Найти интегралы:

$$1. \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx; \quad 2. \int \frac{dx}{(3x + 2)^3}; \quad 3. \int \frac{5^x dx}{\sqrt{25^x - 1}}; \quad 4. \int \frac{dx}{x^2 - x + 1}; \quad 5.$$

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx; \quad 6. \int (x^2 - x) \ln x dx.$$

**Функции нескольких переменных**

1. Найти и изобразить на рисунке область определения функции 2-х переменных:  $z = \ln(4 + 4x - y^2)$ .

2. Дана функция  $z = x \ln \frac{y}{x}$ . Показать, что  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$ .

3. Даны функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\vec{l} = l_x \vec{i} + l_y \vec{j}$ . Найти градиент функции и производную по направлению вектора  $\vec{l}$  в точке  $A$ , если:  $z = \frac{x + y}{x^2 + y^2}$ ,

$$A(1; -2), \quad \vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}.$$

4. Исследовать на экстремум функцию  $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ .

**Вопросы к экзамену**

1. Понятие дифференциального уравнения (ДУ). Физические задачи, приводящие к ДУ.
2. Геометрическое истолкование уравнения 1-го порядка и его решений. Поле направлений. Изоклины.

3. Построение ДУ заданного семейства кривых.
4. Уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
5. Однородные уравнения 1-го порядка.
6. Уравнения 1-го порядка, приводимые к однородным.
7. Линейное уравнение 1-го порядка.
8. Уравнение Бернулли.
9. Уравнение в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель (свойства и методы нахождения).
11. Теорема существования и единственности решения уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
12. Особое решение. Нахождение кривых, подозрительных на особое решение, по ДУ.
13. Уравнения 1-го порядка  $n$ -ой степени.
14. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной, не содержащие явно одного из переменных.
15. Уравнения 1-го порядка, не разрешенные относительно производной. Общий метод введения параметра.
16. Уравнение Лагранжа.
17. Уравнение Клеро.
18. Задача о траекториях.
19. ДУ высших порядков. Теорема существования.
20. Типы уравнений  $n$ -го порядка, разрешаемые в квадратурах.
21. Уравнения, допускающие понижение порядка.
22. Общие свойства линейного ДУ  $n$ -го порядка.
23. Однородное линейное уравнение  $n$ -го порядка.
24. Формула Остроградского-Лиувилля.
25. Понижение порядка линейного однородного уравнения.
26. Неоднородные линейные уравнения  $n$ -го порядка.
27. Метод вариации постоянных (метод Лагранжа).
28. Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами.

29. Неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами.
30. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами 2-го порядка и колебательные явления.
31. Системы ДУ. Основные понятия и определения. Механическое истолкование нормальной системы. Система обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.
32. Связь между уравнениями высшего порядка и системами ДУ 1-го порядка.
33. Однородные линейные системы. Фундаментальная система решений.
34. Интегрирование однородной линейной системы с постоянными коэффициентами методом Эйлера.
35. Неоднородные системы линейных уравнений.
36. Связь между однородным линейным уравнением с частными производными первого порядка и соответствующей ему системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.
37. Построение общего решения однородного линейного уравнения с частными производными 1-го порядка
38. Решение задачи Коши для однородного линейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
39. Построение общего решения неоднородного линейного уравнения с частными производными 1-го порядка.
40. Решение задачи Коши для неоднородного линейного уравнения с частными производными 1-го порядка.

**4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.**

Знания, умения, навыки студента на экзамене оцениваются оценками: *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*, *«неудовлетворительно»*.

## Оценивание студента на экзамене по дисциплине

<b>Оценка экзамена</b>  (стандартная)	<b>Требования к знаниям</b>
«отлично»  («компетенции освоены полностью»)	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач.
«хорошо»  («компетенции в основном освоены»)	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и



	<p>задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.</p>
<p>«удовлетворительно» («компетенции освоены частично»)</p>	<p>Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.</p>
<p>«неудовлетворительно» («компетенции не освоены»)</p>	<p>Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.</p>