**ЧАСТНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СОЦИАЛЬНО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»**

Кафедра Естественнонаучных дисциплин

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся

по дисциплине (модулю)

«Основы математической обработки информации»

Направление подготовки

44.03.01

Педагогическое образование

Профиль подготовки

Начальное образование

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Заочная

Дербент 2016

Автор /составитель ФОС по дисциплине (модулю):

<u>Мамедяров Д.М., к.п.н.</u>
ФИО, ученая степень, звание

Фонд оценочных средств по дисциплине **«Основы математической обработки информации»**

утвержден на заседании кафедры *<u>Естественнонаучных дисциплин</u>*
(название кафедры)

Протокол заседания № 02 от «05» сентября 2016 г.

Зав. кафедрой ________ Раджабалиев Г.П.

АННОТАЦИЯ

Фонд оценочных средств составлен на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование. ФОС предназначен для контроля знаний студентов, обучающихся по профилю подготовки: Начальное образование.

ФОС по учебной дисциплине предназначен для промежуточной аттестации обучающихся.

ФОС по учебной дисциплине состоит из:

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

С фондом оценочных средств можно ознакомиться на сайте ЧОО ВО «Социально-педагогический институт» www.spi-vuz.ru

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

ОК-3: способностью использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве.

№ п/п	**Наименование блока (раздела) дисциплины**	Контролируемые компетенции (или их части)	Оценочные средства
1	Математические средства представления информации. Формулы. Таблицы. Графики. Диаграммы.	ОК-3	Реферат Практические задания Устный опрос Контрольная работа
2	Использование элементов теории множеств для работы с информацией	ОК-3	
3	Математические модели в науке как средство работы с информацией. Функция как математическая модель.	ОК-3	
4	Использование логических законов при работе с информацией	ОК-3	
5	Методы решения комбинаторных задач как средство обработки и интерпретации информации	ОК-3	
6	Элементы математической статистики. Статистическое	ОК-3	

	распределение выборки.		
7	Случайные величины, их законы распределения и числовые характеристики	ОК-3	
8	Оценки параметров распределения	ОК-3	

1.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

№	Аббревиатура компетенции	Поведенческий индикатор	Оценочные средства
1	ОК-3	**Уровень знаний:** основные способы математической обработки информации; теоретические основы методов обработки и представления информации; сущность, теорию и значение информации в развитии современного информационного общества; **Уровень умений:** оценивать программное обеспечение и перспективы его использования с учетом	Реферат Практические задания Устный опрос Контрольная работа

		решаемых профессиональных задач; использовать современные информационно-коммуникационные технологии (включая пакеты прикладных программ, локальные и глобальные компьютерные сети) для сбора, обработки и анализа информации; использовать стандартное программное обеспечение ПК, а также компьютерных обучающих программ, необходимые для профессиональной деятельности; **Уровень навыков:** овладеть основными методами математической обработки информации; методами математической обработки информации; навыками работы с программными средствами общего и профессионального назначения.	

Описание шкалы оценивания
На зачет

№	оценивание	Требования к знаниям
1	Зачтено	Компетенции освоены
2	Не зачтено	Компетенции не освоены

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Использование элементов теории множеств для работы с информацией

1. Даны множества:

a. множество *A* учеников 5 класса нашей школы;
b. множество *B* всех учеников нашей школы;
c. множество *C* учеников 5 класса нашей школы, посещающих бассейн;
d. множество *E* всех учащихся школ города Новокузнецка;
e. множество *K* учеников 5 математического класса нашей школы.

Верно ли что:

a. множество *A* есть подмножество множества *B*;
b. множество *A* есть подмножество множества *K*;
c. множество *B* есть подмножество множества *E*;
d. множество *K* есть подмножество множества *C*;

Запишите с помощью знака I названия множеств в таком порядке, чтобы каждое следующее множество было подмножеством предыдущего множества.

2. Для множества $P = \{8, 10, 12, 14\}$ выпишите все его подмножества.

IV. Пересечение множеств.

Рассмотрим два множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Составим новое множество *C*, в которое запишем общие элементы множеств *A* и *B*. Общими у них являются элементы 5 и 6, значит $C = \{5, 6\}$.

Множество*C* называется *пересечением* множеств *A* и *B*. Обозначается так: $A \cap B = C$

Пересечением множеств А и В называется новое множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат одновременно и множеству А , и множеству В.

Пусть *P* – множество учащихся математических классов нашей школы, *K* – множество учащихся пятых классов, тогда $P \cap K$ (пересечением множеств *P* и *K*) будет множество учащихся пятого математического класса.

У множеств $M = \{2, 4, 6\}$ и $H = \{1, 3, 5\}$ нет ни одного общего элемента, следовательно, их пересечение есть пустое множество $M \cap H =$ O

Упражнения

1. Даны множества $A = \{3, 4, 5\}, \quad B = \{5, 6, 7, 8\},$ $C = \{2, 4, 8\}, \quad K = \{1, 3, 5, 7\}$. Найдите: а) $A \cap K$; б) $A \cap C$; в) $A \cap B$; г) $A \cap K \cap B$.

2. Найдите $A \cap B$, если а) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ и $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$;
б) $A = \{x | x - \text{двузначноечисло}\}$ и $B = \{x | x - \text{число меньшее} 75\}$

V. Объединение множеств.

Возьмем те же два множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Составим теперь множество *E*следующим образом – запишем в него элементы, которые принадлежат хотя бы одному из множеств *A* и *B*.
Получим множество $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
Множество *E* называют объединением множеств *A* и *B*.
Обозначается $A \cup B = E$

Объединением множеств А и В называется новое множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств А или В.

Упражнения

1. Даны множества $A = \{3, 4, 5\}, \quad B = \{5, 6, 7, 8\},$ $C = \{2, 4, 8\}, \quad K = \{1, 3, 5, 7\}$. Найдите: *а*) $A \cup K$; *б*) $A \cup C$;*в*) $A \cup B$; *г*) $A \cup K \cup B$.

2. Найдите $A \bigcup B$ если $A = \{x | x - \text{число меньшее} 32\}$ и $B = \{x | x - \text{число большее } 7, \text{ но меньшее} 45\}$.

3. Даны множества $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 4, 8\}$, $K = \{1, 3, 5, 7\}$. Найдите: *а*) $A \bigcup B \bigcap K$; *б*) $A \bigcap C \bigcup K$; *в*) $A \bigcup C \bigcap B$;
г) $A \bigcap K \bigcup B \bigcap C$.

VI. Разность множеств.

Возьмем уже знакомые множества $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Составим новое множество *Ф* в которое запишем элементы множества *А*, не входящие во множество *В*. $Ф = \{1, 2, 3, 4\}$.
Множество *Ф* называется разностью множеств *А* и *В*.
Обозначается *А* \ *В* = *Ф*.

Разностью двух множеств А и В называют такое множество, в которое входят все элементы из множества А, не принадлежащие множеству В.

Важно заметить, что при вычитании множеств нельзя менять их местами. При нахождении разности *В* \ *А* в новое множество мы запишем элементы множества *В*, которые не принадлежат множеству *А*. Значит *В* \ *А* = $\{7, 8, 9\}$.

Упражнения

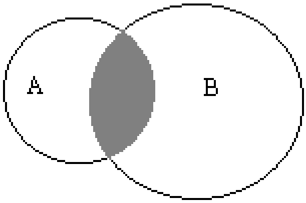
Даны множества $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 4, 8\}$, $K = \{1, 3, 5, 7\}$. Найдите: а) $A \setminus K$; б) $C \setminus A$;
в) $K \setminus B$; г) $A \setminus K \setminus B$.

Найдите $A \setminus B$ и $B \setminus A$ если $A = \{x | x - \text{число меньшее} 77\}$ и $B = \{x | x - \text{число большее } 12, \text{ но меньшее} 93\}$.

Даны множества $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 4, 8\}$, $K = \{1, 3, 5, 7\}$. Найдите: а) $A \bigcup K \setminus B$;
б) $A \bigcap C \bigcup B \setminus K$; в) $A \bigcup B \setminus C \setminus K$;
г) $A \bigcap K \bigcup B \setminus C$

VII. Круги Эйлера.

Один из величайших математиков петербургской академии Леонард Эйлер (1707–1783) за свою долгую жизнь написал более 850 научных работ. В одной из них появились круги, которые “очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления”. Эти круги и назвали *кругами Эйлера*. С помощью этих кругов удобно геометрически иллюстрировать операции над множествами. На рисунках представлены иллюстрации действий над множествами. Можно рисовать не только круги, но и овалы, прямоугольники и другие геометрические фигуры.



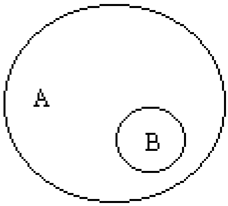
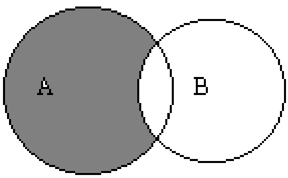


Рис. 1 $B \subset A$ Рис.2 $A \cap B$



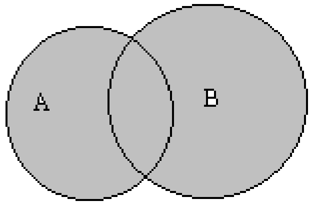


Рис. 3 $A \cup B$ Рис.4 $A \setminus B$

С помощью кругов Эйлера можно решать задачи. Рассмотрим одну из них.

Задача. В классе 35 учеников. Из них 20 занимаются в математическом кружке, 11 – в биологическом, 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько биологов увлекаются математикой?

Решение. Изобразим эти кружки (рис. 5). Большой круг будет изображать учащихся класса. В этот круг поместим два поменьше. Один обозначим буквой *М* и он будет изображать математиков класса. Другой круг обозначим *Б* – биологи класса. Очевидно, в общей части кругов, обозначенной *МБ*, окажутся те самые биологи – математики, которые нас интересуют. Теперь посчитаем: Всего внутри большого круга 35 ребят, внутри двух меньших $35-10=25$ ребят. Внутри “математического” круга *М* находятся 20 ребят, значит, в той части “биологического” круга, которая расположена вне круга *М*, находятся $25-20=5$ биологов, не посещающих математический кружок. Остальные биологи, их $11-5=6$ человек, находятся в общей части кругов *МБ*. Таким образом, 6 биологов увлекаются математикой.

Ответ. 6 биологов увлекаются математикой.

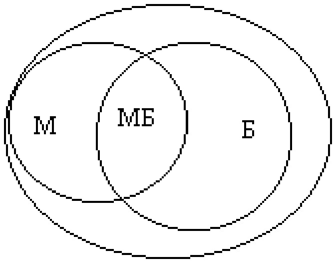


Рис. 5

Упражнения

1. В классе 29 учащихся. Каждый из них изучает хотя бы один язык – английский или немецкий. Английский язык изучают 18 человек, немецкий язык изучают 15 человек. Сколько человек изучают два языка и немецкий, и английский?

2. В классе 29 учащихся. Из них 16 занимаются музыкой, 21 посещают математический кружок; 4 не занимаются музыкой и не посещают математический кружок. Сколько учащихся посещают только математический кружок? Сколько математиков занимаются и музыкой?
3. В пионерском лагере 70 ребят. Из них 27 занимаются в драмкружке, 32 поют в хоре, 22 увлекаются спортом. В драмкружке 10 ребят из хора, в хоре 6 спортсменов, в драмкружке 8 спортсменов; 3 спортсмена посещают и драмкружок и хор. Сколько ребят не поют, не увлекаются спортом, не занимаются в драмкружке? Сколько ребят заняты только спортом?
4. В классе 38 человек. Из них 16 человек играют в баскетбол, 17 человек – в хоккей, 18 человек – в волейбол. Увлекаются двумя видами спорта – баскетболом и хоккеем 4 человека, баскетболом и волейболом 3 человека, волейболом и хоккеем 5 человек. Трое не увлекаются ни баскетболом, ни волейболом, ни хоккеем. Сколько ребят увлекаются одновременно тремя видами спорта?

Задача 1 Сдача экзамена у студентов первого курса заняла 23, 20, 28, 22, 23, 28 минут. Объем данной выборки равен...? Решение Количество элементов в выборке называется еѐ объѐмом и обозначается n, следовательно n=6.

Задача 2 Среднее выборочное вариационного ряда 1,2, 2, 3, 3, 4, 6 равно...?

Задача 3 Дана выборка 0.1, 0, 0.2, -0.1, 0, -0.2, 0, 0.3, -0.1. Тогда его выборочная мода равна? Решение Модой называется варианта, имеющая наибольшую частоту, следовательно Мо=0.

Задача 4 Дана выборка 10, 11, 12, 14, 10. Тогда его выборочная медиана равна...? Решение Медианой называется варианта, расположенная в центре ранжированного ряда, следовательно Ме=11.

Примерный вариант проверочной работы

Задача 1. Определить множество элементарных исходов опыта с бросанием двух монет. Будет ли предложенное множество

полной группой попарно несовместных событий? Будут ли элементарные исходы равновозможными? Ответьте на те же вопросы для следующего опыта: бросаем две игральные кости, вычисляем сумму очков на верхних гранях.
Задача 2. Какие из перечисленных событий являются невозможными, какие достоверными, а какие случайными 1. достать черный шар из урны с белыми шарами 2. достать черный шар из урны с черными шарами 3. достать черный шар из урны с 3 белыми и 5 черными шарами
Задача 3. Из колоды карт наугад вынимается одна карта. Найти вероятность следующих событий: 1. карта черной масти 2. валет

Вопросы для собеседования

1. Что означает понятие «модель» в научном познании?
2. Какие типы моделей существуют?
3. Что такое «информационная модель»?
4. Что такое «объект» с точки зрения информационного моделирования? Какие типы объектов можно различать?
5. Что такое «атрибуты»? Какими они бывают?
6. Что такое «связь»? Какие типы связи различают?
7. Разработайте примеры древовидных структур данных из окружающей реальности.
8. Виды моделей: физические, математические: вычислительные, имитационные.
9. Бинарные отношения.
10. Функция как математическая модель.
11. Процессы и явления, описываемые с помощью функций.
12. График функции как модель процесса и явления.
13. Интерпретация результатов исследования функции в соответствии с условиями задачи. Примеры.
14. Уравнения и неравенства как математические модели. Интерпретация результатов решения уравнений и неравенств.

Раздел 7: Случайные величины, их законы распределения и числовые характеристики

***Проверяемые* ОК-1, ОК-4, ОК-6, ОК-8**

Решение задач

Задача 1. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Первый стрелок попадает в цель с вероятностью 0,6, второй – с вероятностью 0,7, а третий – с вероятностью 0,75. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель, если каждый стрелок сделает по одному выстрелу.

1. **Решение.**

Событие A_i – «i – й стрелок попал в цель», противоположное событие $\overline{A_i}$ – «i – й стрелок не попал в цель», i = 1, 2, 3. Вероятности этих событий

$P(A_1) = 0{,}6$, $P(\overline{A_1}) = 1 - P(A_1) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$;

$P(A_2) = 0{,}7$, $P(\overline{A_2}) = 1 - P(A_2) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$;

$P(A_3) = 0{,}75$, $P(\overline{A_3}) = 1 - P(A_3) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$.

Событие A - «хотя бы один стрелок попал в цель», противоположное событие $\overline{A}$ – «ни один стрелок не попал в цель».

Событие $\overline{A}$ можно записать так $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}$. Результаты выстрела любого из стрелков не зависят от результатов выстрелов других стрелков. Поэтому вероятность события $\overline{A}$ равна $P(\overline{A}) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}25 = 0{,}03$.

Искомая вероятность события A равна $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0{,}03 = 0{,}97$.

Ответ: Вероятность хотя бы одного попадания в цель равна 0,97.

Задача 2. Ожидается прибытие трех судов с фруктами. Статистика показывает, что 1% судов привозит товар, непригодный к пользованию. Найти вероятность того, что

а) хотя бы два судна привезут качественный товар;

б) ни одно судно не привезет качественный товар.

Решение.

Событие А – «судно привезет качественный товар» – происходит с вероятностью $p = P(A) = (100 - 1)/100 = 0{,}99$;

вероятность противоположного события $\overline{A}$ – «судно не привезет качественный товар» $q = P(\overline{A}) = 0{,}01$. Число испытаний $n = 3$.

Применим формулу Бернулли: $P_n(k) = C_n^k\, p^k\, q^{n-k}$.

а) Событие В - «хотя бы два судна привезут качественный товар» означает, что либо два судна из трех привезут качественный товар либо все три судна привезут качественный товар. Вероятность события В равна $P(B) = P_3(k \geq 2) = P_3(2) + P_3(3)$.

$P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = 3 \cdot 0{,}99^2 \cdot 0{,}01^1 = 0{,}029403;$

$P_3(3) = C_3^3 p^3 q^0 = 1 \cdot 0{,}99^3 \cdot 0{,}01^0 = 0{,}970299;$

$P(B) = P_3(k \geq 2) = 0{,}029403 + 0{,}970299 = 0{,}999702.$

б) Событие С - «ни одно судно не привезет качественный товар». Вероятность события С равна $P(C) = P_3(0)$

$P(C) = P_3(0) = C_3^0 p^0 q^3 = 1 \cdot 0{,}99^0 \cdot 0{,}01^3 = 0{,}000001.$

Ответ:

а) вероятность того, что хотя бы два судна привезут качественный товар, равна 0,999702;

б) вероятность того, что ни одно судно не привезет качественный товар, равна 0,000001.

Задача 3. В среднем 5% студентов финансово-кредитного факультета сдают экзамен по высшей математике на «отлично». Найти вероятность того, что из 100 наудачу выбранных студентов этого факультета сдадут экзамен по математике на «отлично»:

а) два студента;

б) не менее пяти студентов.

Решение.

Событие А – «студент сдаст экзамен по математике на «отлично»»» – происходит с вероятностью $p = P(A) = 0{,}05$; $q = 1 - p = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$. Число испытаний $n = 100$.

Так как вероятность p события А мала, число испытаний n достаточно велико и
$np = 100 \cdot 0{,}05 = 5 < 10$, то можно применить асимптотическую формулу Пуассона:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda},$$

где $\lambda = np = 5$; $e^{-\lambda} = e^{-5} \approx 0{,}00674$.

а) Событие В – «из 100 наудачу выбранных студентов сдадут экзамен по математике на «отлично» два студента». Его вероятность

$$P(B) = P_{100}(2) = \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = \frac{5^2}{2} e^{-5} \approx 12{,}5 \times 0{,}00674 \approx 0{,}0842.$$

б) Событие С – «из 100 студентов сдадут экзамен по математике на «отлично» не менее пяти студентов». Его вероятность равна

$P(\mathrm{C}) = P_{100}(k \geq 5) = 1 - P_{100}(k \leq 4) = 1 - (P_{100}(0) + P_{100}(1) + P_{100}(2) + P_{100}(3) + P_{100}(4))$.

$P(C) \approx 1 - \left(\frac{5^0}{0!} e^{-5} + \frac{5^1}{1!} e^{-5} + \frac{5^2}{2!} e^{-5} + \frac{5^3}{3!} e^{-5} + \frac{5^4}{4!} e^{-5} \right) \approx 1 - e^{-5} \times (1 + 5 + 12{,}5 + 20{,}8333 + 26{,}0417) \approx$

$\approx 1 - 0{,}00674 \times 65{,}375 \approx 0{,}5594$.

Ответ:

а) вероятность того, что из 100 наудачу выбранных студентов сдадут экзамен по математике на «отлично» два студента, приближенно равна 0,0842;

б) вероятность того, что из 100 студентов сдадут экзамен по математике на «отлично» не менее пяти студентов, приближенно равна 0,5594.

Задача 4. Законы распределения случайных величин X и Y заданы таблицами:

X:

x_i	0	1
p_i	?	0,4

Y:

y_i	-1	2	3
p_i	0,3	?	0,5

Найти:

а) вероятности P(X = 0) и P(Y = 2);

б) закон распределения случайной величины Z = X – Y;

в) дисперсию D(Z).

Решение.

а) Так как для случайной величины X должно выполняться условие $p_1 + p_2 = 1$, то

p_1 = P(X = 0) = 1 – p_2 = 1 – 0,4 = 0,6.

Так как для случайной величины Y должно выполняться условие $p_1 + p_2 + p_3 = 1$, то

p_2 = P(Y = 2) = 1 – (p_1+ p_3) = 1 – (0,3 + 0,5) = 0,2.

Получаем законы распределения случайной величины X и случайной величины Y:

X:

x_i	0	1
p_i	0,6	0,4

Y:

y_i	-1	2	3
p_i	0,3	0,2	0,5

б) Найдем значения случайной величины Z.

Z = -3 при X = 0 и Y = 3

P(Z = -3) = P(X = 0) × P(Y = 3) = 0,6×0,5 = 0,3.

Z = -2 при (X = 0 и Y = 2) или (X = 1 и Y = 3)

P(Z = -2) = P(X = 0) × P(Y = 2) + P(X = 1) × P(Y = 3) = 0,6×0,2 + 0,4×0,5 = 0,32.

Z = -1 при (X = 1 и Y = 2)

P(Z = -2) = P(X = 1) × P(Y = 2) = 0,4×0,2 = 0,08.

Z = 1 при (X = 0 и Y = -1)

P(Z = 1) = P(X = 0) × P(Y = -1) = 0,6×0,3 = 0,18.

Z = 2 при (X = 1 и Y = -1)

P(Z = 2) = P(X = 1) × P(Y = -1) = 0,4×0,3 = 0,12.

Проверим условие $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$

0,3 + 0,32 + 0,08 + 0,18 + 0,12 = 1.

Получаем закон распределения случайной величины Z:

z_i	-3	-2	-1	1	2
p_i	0,30	0,32	0,08	0,18	0,12

Проверим условие $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$

0,30 + 0,32 + 0,08 + 0,18 + 0,12 = 1.

в) Математическое ожидание

M(Z) = $z_1p_1 + z_2p_2 + z_3p_3 + z_4p_4 + z_5p_5$ =

$= - 3{\cdot}0{,}3 - 2{\cdot}0{,}32 - 1{\cdot}0{,}08 + 1{\cdot}0{,}18 + 2{\cdot}0{,}12 = -1{,}2$;

дисперсия $D(Z) = M(Z^2) - M^2(Z) =$

$= (-3)^2{\cdot}0{,}3 + (-2)^2{\cdot}0{,}32 + (-1)^2{\cdot}0{,}08 + 1^2{\cdot}0{,}18 + 2^2{\cdot}0{,}12 - (-1{,}2)^2 = 3{,}28$.

Задача 5. Объем продаж в течение месяца – это случайная величина, подчиненная нормальному закону распределения с параметрами $a = 500$ и $\sigma = 120$. Найти вероятность того, что объем товара в данном месяце заключен в границах от 480 до 600.

Решение.

Вероятность того, случайная величина X, подчиненная нормальному закону распределения, примет значения, принадлежащие интервалу $[x_1; x_2]$, найдем по формуле

$$P\,(x_1 \le X \le x_2) \approx \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right)\right].$$

$$P\,(480 \le X \le 600) \approx \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{600-500}{120}\right) - \Phi\left(\frac{480-500}{120}\right)\right] \approx 0{,}5 \times (\Phi(0{,}83) - \Phi(-0{,}17)) \approx$$

$$\approx 0{,}5 \times (\Phi(0{,}83) + \Phi(0{,}17)) \approx 0{,}5 \times (0{,}5935 + 0{,}1350)) \approx 0{,}3643.$$

По таблице значений функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-z^2/2}dz$

находим значения

$\Phi(0{,}83) \approx 0{,}5935$; $\Phi(0{,}17)) \approx 0{,}1350$.

Ответ: вероятность того, что объем товара в данном месяце заключен в границах от 480 до 600, приближенно равна 0,3643.

Элементы математической статистики. Оценки параметров распределения

***Проверяемые* ОК-1, ОК-6**

Решение задач

Задача 1. С целью определения средней суммы вкладов в сберегательном банке, имеющем 2000 вкладчиков, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 100 вкладов. Результаты обследования представлены в таблице:

Сумма вклада, тыс. руб.	50 - 150	150 - 250	250 - 350	350 - 450	450 - 550	Итого
Число вкладов	14	24	35	20	7	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9488 находится средняя сумма всех вкладов в сберегательном банке; б) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для средней суммы вкладов в сберегательном банке (см. п. а)) можно гарантировать с вероятностью 0,9; в) вероятность того, что доля всех вкладчиков, у которых сумма вклада больше 250 тыс. руб., отличается от доли таких вкладчиков в выборке не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

Решение.

От интервального распределения перейдем к дискретному, взяв в качестве представителя интервала его середину $\tilde{x}_i$.

Для расчета выборочной средней и выборочной дисперсии составим таблицу.

Сумма вклада, тыс. руб.	Количество вкладов, n_i	Середина, x_i	$x_i - C$	$\frac{x_i - C}{k}$	$\frac{x_i - C}{k} \cdot n_i$	$\left(\frac{x_i - C}{k}\right)^2 \cdot n_i$
50 - 150	14	100	-200	-2	-28	56
150 - 250	24	200	-100	-1	-24	24
250 - 350	35	300	0	0	0	0
350 - 450	20	400	100	1	20	20
450 - 550	7	500	200	2	14	28
Суммы	100				-18	128

C = 300 - середина интервала с наибольшей частотой;
k = 100 - величина интервала.

Выборочное среднее найдем по формуле $\bar{x} = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{m} \dfrac{x_i - C}{k} \cdot n_i}{n} \cdot k + C$

$$\bar{x}_в = \frac{-18}{100} \cdot 100 + 300 = 282 \text{ тыс. руб.}$$

Выборочная дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} \left(\dfrac{x_i - C}{k} \right)^2 \cdot n_i}{n} \cdot k^2 - (\bar{x} - C)^2,$$

$$\sigma^2 = \frac{128}{100} \cdot 100^2 - (282 - 300)^2 = 12476.$$

Выборочное среднее квадратическое отклонение

$$\bar{\sigma}_в = \sqrt{\bar{\sigma}_в^2} = \sqrt{12476} \approx 111{,}696.$$

а) Средняя квадратическая ошибка среднего значения признака для бесповторной выборки $\sigma_{\bar{x}в} = \sqrt{\dfrac{\bar{\sigma}_в^2}{n} \cdot \left(1 - \dfrac{n}{N}\right)}$.

Число всех вкладов N = 2000, объем выборки n = 100

$$\sigma_{\bar{x}в} = \sqrt{\frac{12476}{100} \cdot \left(1 - \frac{100}{2000}\right)} \approx \sqrt{118{,}5520} \approx 10{,}8868.$$

Вероятности β = 0,9488 соответствует t = 1,95, так как Ф(1,95) = 0,9488.

Предельная ошибка $\Delta = t \cdot \sigma_{\bar{x}_в} = 1{,}95 \cdot 10{,}8868 \approx 21{,}2270$.

Нижняя граница $\bar{x}_в - \Delta =$ 282 - 21,227 = 260,773,

верхняя граница $\bar{x}_в + \Delta =$ 282 + 21,227 = 303,227.

С вероятностью 0,9488 средняя сумма всех вкладов в сберегательном банке заключена в границах от 260,773 до 303,227 тыс. руб.

б) Вероятности P = 0,9 соответствует t = 1,64, так как Ф(1,64) = 0,9.

Число вкладчиков, которых надо обследовать для повторной выборки

$$n_x = \frac{t^2\sigma_в^2}{\Delta^2} = \frac{1{,}64^2 \cdot 12476}{21{,}227^2} \approx 74{,}912.$$

Для бесповторной выборки

$n'_x = \dfrac{n_x \cdot N}{n_x + N} = \dfrac{74{,}912 \cdot 2000}{74{,}912 + 2000} \approx 72{,}207.$ Округляем до большего целого 73.

Чтобы с вероятностью 0,9 гарантировать те же границы для средней суммы всех вкладов в сберегательном банке, что и в п. а) объем бесповторной выборки должен быть равным 73 вкладам.

в) Выборочная доля вкладчиков, у которых сумма вклада больше 250 тыс. руб., равна $\omega = \dfrac{35 + 20 + 7}{100} = 0{,}62.$

Средняя квадратическая ошибка доли для бесповторной выборки

$\sigma'_\omega = \sqrt{\dfrac{\omega(1-\omega)}{n} \cdot \left(1 - \dfrac{n}{N}\right)} = \sqrt{\dfrac{0{,}62 \cdot (1 - 0{,}62)}{100} \cdot \left(1 - \dfrac{100}{2000}\right)} \approx \sqrt{0{,}002238} \approx 0{,}0473 \approx 0{,}047.$

Предельная ошибка $\Delta = 0{,}1$. $t_\beta = \dfrac{\Delta}{\sigma_{\bar{x}_в}} = 0{,}1 / 0{,}0473 \approx 2{,}11.$

Находим требуемую вероятность Р = $\Phi(t_\beta) = \Phi(2{,}11) = 0{,}9651$

Вероятность того, что доля всех вкладчиков, у которых сумма вклада больше 250 тыс. руб., отличается от доли таких вкладчиков в выборке не более чем на 0,1(по абсолютной величине), приближенно равна 0,9651.

Задача 2. По данным задачи 1, используя критерий χ^2 - Пирсона, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X – сумма вклада – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

Решение.

Проверяется гипотеза H_0: случайная величина X – сумма вклада – распределена по нормальному закону. Функция плотности вероятности и функция распределения имеют вид

$\varphi_н(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$, $F_н(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \Phi\left(\dfrac{x-a}{\sigma}\right)$, где a, σ - параметры распределения.

В качестве оценок этих параметров возьмем выборочное среднее значение и дисперсию.

$$a \approx \bar{x} = 282;\ \sigma = \bar{\sigma}_в = \sqrt{\bar{\sigma}_в^2} = \sqrt{12476} \approx 111{,}696.$$

Тогда $\varphi_н(x) = \dfrac{1}{111{,}696\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-282)^2}{2\cdot 12476}}$ и $F_н(x) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \Phi\left(\dfrac{x-282}{111{,}696}\right)$.

Вычислим наблюдаемое значение критерия Пирсона по формуле

$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \dfrac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$, где

m - число интервалов; n_i - частота (эмпирическая); n - объем выборки; p_i - теоретическая вероятность попадания случайной величины в i-ый интервал; np_i - теоретическая частота.

Вероятность p_i попадания случайной величины X в интервал $(x_i\,;\, x_{i+1})$ найдем по формуле

$p_i = P\,(x_i < X < x_{i+1}) =$

$$= \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x_{i+1}-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_i-a}{\sigma}\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{x_{i+1}-282}{111{,}696}\right) - \Phi\left(\frac{x_i-282}{111{,}696}\right)\right].$$

$$p_1 = P(50 < X < 150) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{150-282}{111{,}696}\right) - \Phi\left(\frac{50-282}{111{,}696}\right)\right] =$$

= 0,5 · (Ф(-1,18) - Ф(-2,08)) = 0,5 · (-0,7620 + 0,9625) = 0,1002.

$$p_2 = P(150 < X < 250) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{250-282}{111{,}696}\right) - \Phi\left(\frac{150-282}{111{,}696}\right)\right] =$$

= 0,5 · (Ф(-0,29) - Ф(-1,18)) = 0,5 · (-0,2282 + 0,7620) = 0,2669.

$$p_3 = P(250 < X < 350) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{350-282}{111{,}696}\right) - \Phi\left(\frac{250-282}{111{,}696}\right)\right] =$$

= 0,5 · (Ф(0,61) - Ф(-0,29)) = 0,5 · (0,4581 + 0, 2282) = 0,3432.

$$p_4 = P(350 < X < 450) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{450-282}{111{,}696}\right) - \Phi\left(\frac{350-282}{111{,}696}\right)\right] =$$

= 0,5 · (Ф(1,50) - Ф(0,61)) = 0,5 · (0,8664 - 0,4581) = 0,2041.

$$p_5 = P(450 < X < 550 = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(\frac{550-282}{111,696}\right) - \Phi\left(\frac{450-282}{111,696}\right)\right] =$$

= 0,5 · (Ф(2,40) - Ф(1,50)) = 0,5 · (0,9836 - 0,8664) = 0,0586.

Для расчета составим вспомогательную таблицу

i	Интервал $(x_i ; x_{i+1})$	Эмпирические частоты n_i	Вероятность p_i	Теоретические частоты np_i	$n_i - np_i$	$(n_i - np_i)^2$	$(n_i - np_i)^2 / np_i$
1	50 - 150	14	0,1002	10,020	3,980	15,8404	1,5809
2	150 - 250	24	0,2669	26,690	-2,690	7,2361	0,2711
3	250 - 350	35	0,3432	34,320	0,680	0,4624	0,0135
4	350 - 450	20	0,2041	20,410	-0,410	0,1681	0,0082
5	450 - 550	7	0,0586	5,860	1,140	1,2996	0,2218
	Суммы	100	0,9730	97,300			2,0955

$\chi^2_{набл} = 2,0955.$

Найдем по таблице критическое значение критерия $\chi^2_{кр} = \chi^2_{\alpha,к}$, k = m – s – 1 , m = 5 - число интервалов, s = 2 - число параметров распределения, α = 0,05 - уровень значимости, k = 5 - 2 - 1 = 2, $\chi^2_{кр} = \chi^2_{0,05;2}$ = 5,99.

Сравниваем наблюдаемое значение критерия с критическим

$$\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$$

2,0955 < 5,99. Это означает, что наблюдаемое значение не попало в критическую область. Поэтому гипотеза о нормальном распределении размера кредита согласуется с данными выборки и должна быть принята.

Гистограмма - это совокупность прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы (x_i; x_{i+1}], а высота которых равна

$$\omega_i = \frac{n_i}{n \cdot k_i}.$$

$k_i = x_{i+1} - x_i$ - длина частичного интервала, $k_i = 100$, $n \cdot k_i = 100 \cdot 100 = 10000$

$\omega_1 = \frac{14}{10000} = 0{,}0014$, $\omega_2 = \frac{24}{10000} = 0{,}0024$, $\omega_3 = \frac{35}{10000} = 0{,}0035$,

$\omega_4 = \frac{20}{10000} = 0{,}0020$,

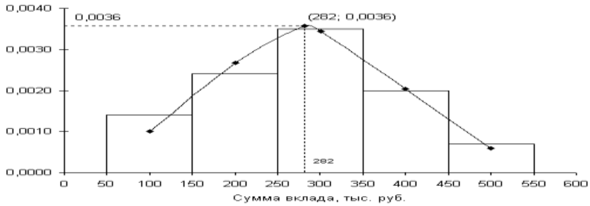
$\omega_5 = \frac{7}{10000} = 0{,}0007$.

Для построения графика нормальной кривой отметим точки (x_i; p_i/k), где x_i - середина интервала, p_i - вероятность попадания в интервал.

Вершина при $x = a = 282$.

$$y_{\max} = \frac{0{,}3989}{\sigma} = \frac{0{,}3989}{111{,}696} = 0{,}0574.$$

$p_1 / k = 0{,}1002 / 100 = 0{,}0010$ $p_2 / k = 0{,}2669 / 100 = 0{,}0027$
$p_3 / k = 0{,}3432 / 100 = 0{,}0034$ $p_4 / k = 0{,}2041 / 100 = 0{,}0020$
$p_5 / k = 0{,}0586 / 100 = 0{,}0006$



За[...] брак, по возрасту му[...]блице:

y / x	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55	55 - 65	Итого:
15 - 25	7	3				10
25 -	52	110	13	1		176

35						
35 - 45	1	14	23	2		40
45 - 55		1	4	6	1	12
55 - 65				3	6	9
65 - 75					3	3
Итого:	60	128	40	12	10	250

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние $\bar{x}_j$ и $\bar{y}_i$, построить эмпирические линии регрессии.

2) Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции на уровне значимости α = 0,05, оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний возраст мужчин, имеющих супруг в возрасте 30 лет.

3. **Решение.**

По исходным данным составим корреляционную таблицу, где интервалы представлены своими серединами.

x_i \ y_j	20	30	40	50	60	n_i
20	7	3				10
30	52	110	13	1		176
40	1	14	23	2		40
50		1	4	6	1	12
60				3	6	9
70					3	3

n_j	60	128	40	12	10	250

1) Найдем групповые средние по Y по формуле $\bar{y}_{x_i} = \dfrac{\sum_{j=1}^{t} y_j n_{ij}}{n_{x_i}}$.

$x_1 = 20$ $\bar{y}_1 = \bar{y}_{x1=20} =$ (20 · 7 + 30 · 3) / 10 = 230 / 10 = 23,000

$x_2 = 30$ $\bar{y}_2 = \bar{y}_{x2=30} =$ (20 · 52 + 30 · 110 + 40 · 13 + 50 · 1) / 176 = 4910 / 176 = 27,898

$x_3 = 40$ $\bar{y}_3 = \bar{y}_{x3=40} =$ (20 · 1 + 30 · 14 + 40 · 23 + 50 · 2) / 40 = 1460 / 40 = 36,500

$x_4 = 50$ $\bar{y}_4 = \bar{y}_{x4=50} =$ (30 · 1 + 40 · 4 + 50 · 6 + 60 · 1) / 12 = 550 / 12 = 45,833

$x_5 = 60$ $\bar{y}_5 = \bar{y}_{x5=60} =$ (50 · 3 + 60 · 6) / 9 = 510 / 9 = 56,667

$x_6 = 70$ $\bar{y}_6 = \bar{y}_{x6=70} =$ 60 · 3 / 3 = 60,000

Составим таблицу 2.

Таблица 2

x_i	20	30	40	50	60	70
$\bar{y}_i$	23,000	27,898	36,500	45,833	56,667	60,000

По точкам (x_i; $\bar{y}_i$) построим эмпирическую линию регрессии Y на X. Эти точки расположены вблизи прямой с уравнением $y = ax + b$, где a и b неизвестные параметры и их нужно определить.

Групповые средние по X найдем по формуле $\bar{x}_j = \dfrac{\sum_{i=1}^{m} x_i n_{ij}}{n_j}$.

$y_1 = 20$ $\bar{x}_1 = \bar{x}_{y1=20} =$ (20 · 7 + 30 · 52 + 40 · 1) / 60 = 1740 / 60 = 29,000

$y_2 = 30$ $\bar{x}_2 = \bar{x}_{y2=30} =$ (20 · 3 + 30 · 110 + 40 · 14 + 50 · 1) / 128 = 3970 / 128 = 31,016

$y_3 = 40$ $\bar{x}_3 = \bar{x}_{y3=40} =$ (30 · 13 + 40 · 23 + 50 · 4) / 40 = 1510 / 40 = 37,750

$y_4 = 50$ $\bar{x}_4 = \bar{x}_{y4=50} =$ (30 · 1 + 40 · 2 + 50 · 6 + 60 · 3) / 12 = 590 / 12 = 49,167

$y_5 = 60$ $\bar{x}_5 = \bar{x}_{y5=60} =$ (50 · 1 + 60 · 6 + 70 · 3) / 10 = 620 / 10 = 62,000

Составим таблицу 3

Таблица 3

$\overline{x_j}$	29,000	31,016	37,750	49,167	62,000
y_j	20	30	40	50	60

По точкам ($\overline{x_j}$; y_j) построим эмпирическую линию регрессии X на Y. Эти точки расположены вблизи прямой с уравнением $x = cy + d$, где c и d неизвестные параметры и их нужно определить.

Для получения уравнений прямых регрессий вычислим выборочные средние

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i n_{x_i}}{n} \text{ и } \bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{t} y_j n_{y_j}}{n}.$$

$$\bar{x} = \frac{20 \cdot 10 + 30 \cdot 176 + 40 \cdot 40 + 50 \cdot 12 + 60 \cdot 9 + 70 \cdot 3}{250} = \frac{8430}{250} = 33{,}72$$

$$\bar{y} = \frac{20 \cdot 60 + 30 \cdot 128 + 40 \cdot 40 + 50 \cdot 12 + 60 \cdot 10}{250} = \frac{7840}{250} = 31{,}36$$

Выборочные дисперсии находим по формулам $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$ и $\sigma_y^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2$

$$\overline{x^2} = \frac{20^2 \cdot 10 + 30^2 \cdot 176 + 40^2 \cdot 40 + 50^2 \cdot 12 + 60^2 \cdot 9 + 70^2 \cdot 3}{250} = \frac{303500}{250} = 1214$$

$\sigma_x^2 = 1214 - 33{,}72^2 = 76{,}9616.$

$$\overline{y^2} = \frac{20^2 \cdot 60 + 30^2 \cdot 128 + 40^2 \cdot 40 + 50^2 \cdot 12 + 60^2 \cdot 10}{250} = \frac{269200}{250} = 1076{,}8$$

$\sigma_y^2 = 1076{,}8 - 31{,}36^2 = 93{,}3504.$

Вычислим средние квадратические отклонения

$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} = \sqrt{76{,}9616} \approx 8{,}7728$; $\sigma_y = \sqrt{\sigma_y^2} = \sqrt{93{,}3504} \approx 9{,}6618$.

Вычислим $\mu = \overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}$ по формуле $\mu = \dfrac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{t} x_i \cdot y_j \cdot n_{ij}}{n} - \overline{x} \cdot \overline{y}$.

μ = (20 · 20 · 7 + 20 · 30 · 3 + 30 · 20 · 52 + 30 · 30 · 110 + 30 · 40 · 13 + 30 · 50 · 1 +
+ 40 · 20 · 1 + 40 · 30 · 14 + 40 · 40 · 23 + 40 · 50 · 2 + 50 · 30 · 1 + 50 · 40 · 4 +
+ 50 · 50 · 6 + 50 · 60 · 1 + 60 · 50 · 3 + 60 · 60 · 6 + 70 · 60 · 3) / 250 – 33,72 · 31,36 =
= 281000 / 250 – 1057,4592 = 1124 – 1057,4592 = 66,5408.

Вычислим коэффициенты регрессии по формулам

$$\rho_{y/x} = \frac{\mu}{\sigma_x^2} = 66{,}5408 : 76{,}9616 \approx 0{,}8646 \approx 0{,}865;$$

$$\rho_{x/y} = \frac{\mu}{\sigma_y^2} = 66{,}5408 : 93{,}3504 \approx 0{,}7128 \approx 0{,}713.$$

а) Составим уравнение регрессии X на Y $x - \bar{x} = \rho_{x/y}(y - \bar{y})$

x – 33,72 = 0,713 · (y – 31,36) или x = 0,713 y + 11,366.
Прямую проведем через точки (33,72; 31,36) и (11,366; 0,00).
Уравнение регрессии X на Y показывает средний возраст мужчины, вступившего в брак с женщиной возраста y.

Содержательный смысл коэффициента регрессии $\rho_{x/y} = \dfrac{\mu}{\sigma_y^2} = 0{,}713$ состоит в том, что при увеличении возраста женщины, вступающей в брак, на 1 год возраст супруга увеличивается в среднем на 0,713 года.

Составим уравнение регрессии Y на X $y - \bar{y} = \rho_{y/x}(x - \bar{x})$

y – 31,36 = 0,865 · (x – 33,36) или y = 0,865 x + 2,206.
Прямую проведем через точки (33,72; 31,36) и (0,00; 2,206).
Уравнение регрессии Y на X показывает средний возраст женщины, вступившей в брак с мужчиной возраста x.

Содержательный смысл коэффициента регрессии $\rho_{y/x} = \dfrac{\mu}{\sigma_x^2} = 0{,}865$ состоит в том, что при увеличении возраста мужчины, вступающего в брак, на 1 год возраст супруги увеличивается в среднем на 0,865 года.

б) Коэффициент корреляции $r = \dfrac{\mu}{\sigma_x \sigma_y} = \dfrac{66{,}5408}{8{,}7728 \cdot 9{,}66181} \approx 0{,}7850.$

Для проверки значимости коэффициента корреляции вычислим наблюдаемое значение

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}\,; \quad t_{набл} = \frac{0{,}7850 \cdot \sqrt{250-2}}{\sqrt{1-0{,}7850^2}} \approx 19{,}958.$$

Критическое значение для уровня значимости α = 0,05 и числа степеней свободы k = n–2= = 250 -2 = 248 находим по таблице $t_{1-0,05;248} = t_{0,95;248} = 1{,}97$.

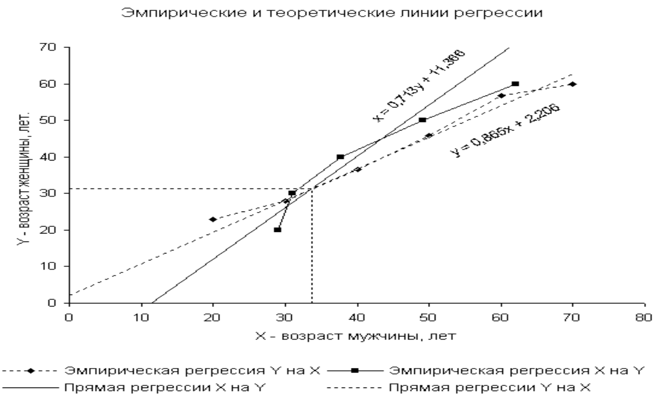
Получили $|t_{набл}| > t_{кр}$, так как 19,958 > 1,97.

Следовательно, коэффициент корреляции значимо отличается от нуля. Коэффициент корреляции r = 0,7851 > 0 и попадает по абсолютной величине в интервал 0,7 - 0,99. Следовательно, между возрастом вступающих в брак мужчины (X) и женщины (Y) существует прямая сильная корреляционная связь. При увеличении (уменьшении) значения одной величины соответственно увеличивается (уменьшается) среднее значение другой.

в) Используем уравнение прямой регрессии X на Y x = 0,713 y + 11,366.

При y = 30 x = 0,713 · 30 + 11,366 = 32,756.

Средний возраст мужчин, имеющих супруг в возрасте 30 лет, равен 32,756 лет.



Примерная тематика рефератов для самостоятельной работы

1. Задачи математической статистики.
2. Выборочная совокупность или выборка. Объем генеральной совокупности.
3. Повторная и бесповторная выборки.
4. Способы отбора.
5. Вариационный ряд и статистическое распределение выборки.
6. Эмпирическая функция распределения.
7. Полигон и гистограмма частот.
8. Формулы для вычисления числовых характеристик генеральной и выборочной совокупностей. Числовые характеристики вариационных рядов.
9. Статистическая оценка неизвестного параметра теоретического распределения.
10. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
11. Интервальные оценки параметров распределения.
12. Комплект материалов для оценки уровня освоения умений и знаний для промежуточного контроля.

Перечень вопросов к зачету по дисциплине

1. Определение понятия «множество».
2. Какие формальные обозначения используются для множеств, его элементов и для обозначения принадлежности элемента множеству?
3. Какое множество принято считать счетным множеством?
4. Как называются множества между их элементами можно установить взаимно однозначное соответствие?
5. Что понимается под подмножеством?
6. Какие существуют виды множеств?
7. Перечислите способы задания множества.

8. Что такое универсальное множество?
9. Какие вы знаете операции над множествами?
10.Перечислите свойства операций над множествами.
11.Дайте определение комбинаторике.
12.Что понимается под правилом суммы?
13.Что такое правило произведения?
14.Дайте определение «перестановки».
15.Что понимают под комбинаторной операцией «размещение»?
16.Что принято называть «сочетанием»?
17. Что понимается под теорией вероятности?
18.Дайте определение понятию «испытание».
19. Что такое событие?
20. Какие вы знаете виды событий?
21. Перечислите типы случайных событий.
22. Что принято понимать под вероятностью случайного события?
23. Что называется случайной величиной?
24.Какие вы знаете виды случайной величины?
25. Перечислите основные характеристики случайной величины?
26.Что называется выборочной и генеральной совокупностью?
27.Что называется вариантами, частотами, относительными частотами?
28.Что называется распределением выборки по частотам, относительным частотам?
29.Сформулируйте свойство статистической устойчивости относительной частоты и статистическое определение вероятности.
30.Что называется полигоном, какие они бывают?
31.Что называется гистограммой? Опишите способ ее построения.
32.Для чего предназначен Пакет анализа и как его вызвать?
33.Что такое инструменты анализа? Перечислите наиболее часто используемые инструменты анализа, и для чего они предназначены.
34.Каким основным недостатком обладает Пакет анализа?

35.Опишите построение гистограммы с помощью Пакета анализа.
36.Что такое Карманы?
37.Как произвести автоматический набор частичных интервалов?
38.Как изменить шрифт подписей на осях, меток осей, названия гистограммы?
39.Как изменить цвет и расстояния между столбцами гистограммы?
40.Как вывести числовые значения для каждого столбца гистограммы?
41.Каким образом лучше всего пользоваться стандартными функциями в Excel для вычисления статистических характеристик?
42.Что называется выборочной средней и по каким формулам она вычисляется для сгруппированных и несгруппированных данных? Какая стандартная функция вычисляет среднее в Excel?
43.Что называется дисперсией? По каким формулам она вычисляется? Какая стандартная функция вычисляет дисперсию в Excel?
44.Что называется исправленной дисперсией? По какой формуле она вычисляется? Какая стандартная функция вычисляет исправленную дисперсию в Excel? Когда существенно различие между D и s2?
45.Что называется стандартным отклонением, по какой формуле оно вычисляется? Какая стандартная функция вычисляет его в Excel?
46.Что называется исправленным стандартным отклонением, по какой формуле оно вычисляется? Какая функция вычисляет его в Excel?
47.Что называется модой? Какая функция вычисляет моду в Excel?
48.Что называется медианой? Какая функция вычисляет ее в Excel?

49.Что называется асимметрией, для чего она предназначена? Какая стандартная функция вычисляет ее в Excel?
50.Для чего предназначен эксцесс? Какая стандартная функция вычисляет его в Excel?
51.Для чего предназначен инструмент анализа Описательная статистика? Какие характеристики можно вычислить с помощью этого инструмента?
52.Что такое диаграмма?
53.Перечислите основные типы диаграмм.
54.Из каких элементов состоят диаграммы?
55.Опишите последовательность создания диаграмм с использованием Мастера диаграмм.
56.Какое меню используется для модификации диаграмм? Какие команды оно содержит?
57.Состояние и тенденции развития ЭВМ.
58.Состояние и тенденции развития программного обеспечения**.**

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Знания, умения, навыки студента на зачете оцениваются ***зачтено или не зачтено.***
Основой для определения оценки служит уровень усвоения студентами материала, предусмотренного данной рабочей программой

Оценивание студента на зачете по дисциплине

Оценка зачета (стандартная)	**Требования к знаниям**

«зачтено» («компетенции освоены»)	Оценка «зачтено» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.
«не зачтено» («компетенции не освоены»)	Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка «не зачтено» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.